

## РУБРИКА: ИНЖЕНЕРНАЯ И РУДНАЯ ГЕОФИЗИКА

## Повышение точности трансформации региональных гравитационных аномалий: учет влияния масс, находящихся за пределами изучаемой площади

А.С. Долгаль («ГИ УрО РАН»), Н.В. Рыжов (ПГНИУ), В.В. Хохлова («ГИ УрО РАН»)

#### Аннотация

Представлена методика трансформации аномалий силы тяжести для больших территорий, в которой используются геодезические координаты точек поля и учитывается сферообразная форма Земли. Разработан новый алгоритм, реализованный в программе TRANSF\_VR, написанной на языке Delphi, который является дальнейшим развитием к построению двухуровенных истокообразных аппроксимаций геопотенциальных полей. С целью минимизации краевых эффектов используется два уровня глубин размещения эквивалентных источников (точечных масс): «приповерхностный» и «глубинный», а также две исходные телескопированные цифровые модели гравитационного поля. Параметры источников определяются путем последовательного решения двух систем линейных алгебраических уравнений методами Холецкого и наискорейшего градиентного спуска. Высокую скорость вычислений обеспечивает разрежение сети задания значений поля за пределами территории исследований. Представлены результаты преобразования гравитационного поля в полной редукции Буге (глобальная модель EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD) для Сибирской платформы и обрамляющих ее структур с координатами 52°–72° с.ш., 84°–132° в.д. общей площадью около 5.15 млн км<sup>2</sup>.

#### Ключевые слова

Гравиразведка, аномалия, трансформация, эквивалентные источники, задача Дирихле, Сибирская платформа

## Improving the Accuracy of Regional Gravity Anomaly Transformations: Accounting for the Influence of Masses Outside the Study Area

A.S. Dolgal (MI UB RAS), N.V. Ryzhov (PSU), V.V. Khokhlova (MI UB RAS)

#### Abstract

The study presents a methodology for the transformation of gravity anomalies across extensive regions, incorporating geodetic coordinates of field points while accounting for the Earth's spheroidal geometry. A novel algorithm has been developed and implemented in the Delphi-based program TRANSF\_VR, advancing the construction of two-level source-type approximations for geopotential fields. To mitigate edge effects, the method employs two distinct depth levels for equivalent source (point mass) placement—namely, a 'near-surface' and a 'deep' layer—alongside two initial telescoped digital models of the gravitational field. Source parameters are determined through the sequential solution of two systems of linear algebraic equations using the Cholesky decomposition and steepest gradient descent methods. Computational efficiency is enhanced by sparsifying the field value grid beyond the study area. The methodology is applied to transform the gravity field in the complete Bouguer reduction (global model EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD) within the Siberian Platform and adjacent structures ( $52^{\circ}-72^{\circ}$  N,  $84^{\circ}-132^{\circ}$  E), encompassing a total area of approximately 5.15 million km<sup>2</sup>.

#### Key words

Gravity method, anomaly, transformation, equivalent sources, Dirichlet problem, Siberian platform

Электронный журнал «Вестник АГГИ»,



#### Введение

В прикладной геофизике при обработке и интерпретации материалов гравиметрической съемки обычно используется модель «плоской Земли» и отвечающую ей декартову систему прямоугольных координат. Значительно реже находит применение при изучении больших территорий модель «сферической Земли» [1]. Некоторые исследователи работают с более сложными моделями «эллипсоидальной Земли», являющимися более точным приближением формы нашей планеты [2].

Рассмотрим экспериментальные оценки различий результатов пересчета аномалий силы тяжести в верхнее полупространство для перечисленных выше моделей. Пересчет на высоту 50 км выполнялся путем подбора масс эквивалентных источников с последующим решением прямой задачи гравиразведки от полученной аппроксимационной конструкции [3]. Эквивалентными источниками во всех случаях являлись шары (точечные массы), находящиеся под точками задания поля на фиксированной глубине  $h_0$ , близкой к шагу сети цифровой GRID модели.

При сопоставлении «плоской» и «сферической» моделей Земли исходными данными являлись цифровые GRID модели гравитационного поля  $\Delta g$  в редукции Буге и нормальных высот рельефа земной поверхности в пределах листа O-40 карты 1:1 000 000 масштаба (Пермский край). Это предельный размер территории (т.н. сферического двуугольника), при котором целесообразно использовать систему плоских прямоугольных координат Гаусса-Крюгера и соответствующую ей модель Земли. Сеть точек составила 8×8 км, размер матриц – 63 строки, 53 столбца. Глубина источников  $h_0 = 9.6$  км, при этом была достигнута точность решения СЛАУ F2 = 0.001 мГал.

Плановое расположение точек поля было одинаковым для обеих моделей Земли, но в первом случае уровенной поверхностью являлась горизонтальная плоскость z = 0, во втором – фрагмент поверхности сферы, обладающей радиусом R = 6371.1 км. Две этих уровенных поверхностей соприкасались между собой в юго-западном углу территории. Шар радиуса 6371.1 км по своим размерам, площади поверхности и объему близок к земному эллипсоиду. Для «плоской» Земли аномалии силы тяжести отвечают вертикальной производной  $V_Z$  гравитационного потенциала V, которую обычно принято обозначать  $\Delta g$ . Для модели «сферической» Земли используется уже радиальная производная потенциала  $V_R$ . Соответственно, пересчет поля выполнялся на плоскость z = 50 км и на сферу радиусом R = 6421.1 км, а также определялись значения разностного поля  $\delta = V_R - V_Z$  (табл. 1, рис. 1).

Разностное поле характеризуется среднеквадратическим отклонением (СКО) ~3.4% от СКО полей на высоте 50 км, диапазон его изменения составляет ~4.6% от размаха каждого из этих полей. Таким образом, можно говорить о значимых различиях результатов трансформации аномалий силы тяжести, полученных в рамках «плоской» и «сферической» моделей Земли. Степень отличия модели «сферической Земли» от эллипсоида Красовского существенно ниже: СКО разностного поля  $\delta$  составляет ~0.04% от СКО аномалий силы тяжести на высоте 50 км, а диапазон изменения  $\delta$  не превышает ~0.08% [4].

Более точное приближение к форме Земли обеспечивает сфера В.В. Каврайского с радиусом R = 6372.9 км. Напомним, что при использовании «сферических» моделей Земли долгота L остается неизменной, но происходит замена геодезической широты B на геоцентрическую широту  $\Phi$ . Направление силы тяжести теперь отвечает радиус-вектору, а не нормали l к поверхности эллипсоида. Для перехода от геодезической широты к геоцентрической используется формула:  $\Phi = B - 8'39'' \sin 2B$  [5]. Использование «квазиэллипсоидальной Земли» – сферы Каврайского (при замене  $\Phi$  на кошироту  $\phi$ ) позволяет существенно ускорить вычислительный процесс, т.к. в этом случае не требуется перехода к топоцентрической системе координат в каждой точке задания поля [6].



Таблица 1. Характеристики полей «плоской» и «сферической» моделей Земли на высоте 50 км

Модель Земли	Статистические параметры, мГал			
	Минимум	Максимум	Среднее	СКО
«Плоская Земля»	-11.426	14.344	1.422	5.875
«Сферическая Земля»	-11.418	14.290	1.594	5.854
Разностное поле	-0.626	0.589	0.120	0.199



**Рисунок 1.** Оценка различий моделей «плоской» и «сферической» Земли: а – гравитационное поле Дд на земной поверхности; б – гравитационное поле V<sub>R</sub> на высоте 50 км; в – разностное поле б. Лист карты О-40 (Пермский край)

Однако научно обоснованный выбор модели Земли не снимает всех сложностей, возникающих при трансформации региональных аномалий силы тяжести  $V_R$ . Речь идет об учете влияния гравитационного эффекта масс, которые находятся за пределами территории исследований, а также о решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) большой размерности с приближенно заданной правой частью. Далее в статье будут рассмотрены вопросы, связанными с этими сложностями.

### Учет влияния сторонних масс

Имеются многочисленные примеры, свидетельствующие о том, что разные пространственные распределения эквивалентных источников, одинаково хорошо аппроксимирующие аномалии силы тяжести на поверхности Земли, могут генерировать заметно различающиеся между собой значения трансформант [7]. С математической точки зрения это объясняется использованием интеграла Пуассона для решения внешней задачи Дирихле при конечных пределах области интегрирования и дискретном характере задания значений поля. В большинстве случаев наиболее заметные искажения трансформант возникают на периферии области задания поля  $D_1$ , их можно назвать краевыми эффектами

В идеале избежать краевых эффектов можно при построении аппроксимационной конструкции, полностью адекватной реальному распределению аномалиеобразующих масс (плотности) в геологической среде, причем в объеме  $V_2$ , существенно превышающем размер изучаемого фрагмента  $V_1, V_1 \subset V_2$  (рис. 2). На практике этого достичь невозможно, т.к. начиная с какого-то объема петрофизической информации, "лишаются смысла гравиразведочные (магниторазведочные) работы, цель которых состоит в изучении распределения плотности (намагниченности) в геологической среде" [8].

Электронный журнал «Вестник АГГИ»,





**Рисунок 2.** Схема, поясняющая соотношение между объемом V<sub>1</sub>, содержащим аномалиеобразующие массы и изучаемым фрагментом геоплотностной среды V<sub>2</sub>

С целью минимизации краевых эффектов предлагается использовать два уровня глубин размещения эквивалентных источников (точечных масс): «приповерхностный» и «глубинный», а также информацию, относящуюся к самой области  $D_1$ , но и к существенно превышающей ее по площади сопредельной территории  $D_2$ . Имеются примеры современных исследований, доказывающие возможность повышения точности расчета трансформант при размещении точечных масс на разных глубинах h от земной поверхности, в частности – работа [9]. Совокупность значений и пространственных координат этих масс представляет собой аналитическую модель интерпретируемого гравитационного поля  $V_R$  (рис. 3). Высокая скорость вычислений обеспечивается за счет разрежения сети задания значений поля в пределах области  $D_2 \supset D_1$ .



**Рисунок 3.** Схема расположения точечных масс в аналитической модели гравитационного поля: красный цвет – «приповерхностные» источники с глубиной h<sub>1</sub>; синий цвет – «глубинные» источники с глубиной h<sub>2</sub>>h<sub>1</sub>.

Этот способ не является новым [10], но он использовался лишь для построения «локальных аппроксимаций» (термин В.Н. Страхова) в прямоугольной системе координат. В данном случае под линейной трансформантой функции  $u(\varphi, \lambda, R)$  подразумевается новая функция  $v(\varphi, \lambda, R)$ , определенная на произвольной поверхности *S* в пределах области  $D_1$ :

$$v(\varphi,\lambda,R) = T\{u(\varphi,\lambda,R)\} = T\{u_1(\varphi,\lambda,R)\} + T\{u_2(\varphi,\lambda,R)\},$$
(1)

Электронный журнал «Вестник АГГИ»,



где T – некоторый линейный оператор трансформации, а функция u представляет собой сумму двух составляющих:  $u = u_1 + u_2$ , где  $u_1$  – модельное поле  $V_R$  «глубинных» масс, а  $u_2$  – разность наблюденного и модельного полей внутри области исследований  $D_1$ .

#### Определение значений масс эквивалентных источников

Массы эквивалентных источников определяются с помощью решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с приближенно заданной правой частью вида:

$$\mathbf{Gm} = \mathbf{u},\tag{2}$$

где **G** – квадратная матрица значений гравитационных эффектов элементарных источников с единичной массой (m = 1), **m** – вектор неизвестных значений аномальных масс, **u** – вектор значений аномального гравитационного поля  $V_{\rm R}$  в редукции Буге. Под гравитационным эффектом, в данном случае подразумевается 1-я радиальная производная гравитационного потенциала точечного источника  $V_R(R_0, \varphi_0, \lambda_0) = f \frac{(R_0 - rcos\omega)}{r_0^3}$ , где  $f = 6.67 \times 10^{-11}$  м<sup>3</sup>·кг<sup>-1</sup>·с<sup>-2</sup> – гравитационная постоянная,  $R_0, \varphi_0, \lambda_0$  – координаты точки измерений,  $r, \varphi, \lambda$  – координаты источника,  $r_0 = \sqrt{R_0^2 + r^2 - 2R_0 rcos\omega}$ ,  $\omega$  – угол при центре О земного шара между точкой измерений и источником:  $cos\omega = cos\varphi_0 cos\varphi + sin\varphi_0 sin\varphi cos cos (\lambda_0 - \lambda)$ . По сути осуществляется решение линейной обратной задачи гравиразведки [11], в котором искомые значения масс (плотностей) **m** не используются для получения новой геологической информации, а являются лишь средством для восстановления аномалий силы тяжести *u* в произвольно выбранных точках пространства, а также обеспечивают высокоточный расчет трансформант *v*.

На первом этапе аппроксимации выполняется определение значений «глубинных» точечных масс, обеспечивающих минимум среднеквадратического расхождения исходного и модельного полей во всех имеющихся точках поля (совпадающие точки областей  $D_1$  и  $D_2$  исключаются). Для этой цели формируется нормальная СЛАУ  $\mathbf{G}^T \mathbf{G} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{G}^T \mathbf{u}$ , решение которой осуществляется методом Холецкого [12]. Эта система всегда совместна, матрица ее коэффициентов  $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$  обладает свойством симметричности и положительной определенности (т.н. матрица SPD - Simmetric and Positively Defined). Однако обусловленность ее несколько ухудшается:  $\sqrt{cond \mathbf{G}^T \mathbf{G}} = cond \mathbf{G}$ . Приблизительные потери в точности решения при выполнении условия  $\boldsymbol{h} \cong \Delta L$ , где  $\Delta L$  – расстояние между точками задания поля, могут достигать 5–6 значащих цифр. Это существенно ниже критических значений. В частности, для компьютера автора статьи Asus Aspire VN7-791 с процессором Intel(R) Core(TM) i7-4710HQ, экспериментально определенное значение машинного нуля  $\boldsymbol{\varepsilon}_0 \cong \mathbf{1} \times \mathbf{10}^{-19}$ , т.е. при таких потерях результаты ориентировочно будут содержать не менее 12 значащих цифр.

На втором этапе гравитационный эффект разности исходных значений поля и поля «глубинных» источников в пределах области  $D_1$  аппроксимируется системой «приповерхностных» точечных масс, значения которых определяются путем решения СЛАУ итерационным методом наискорейшего градиентного спуска (НГС) [12]. В процессе решения используется предварительно рассчитанный массив коэффициентов системы  $\tilde{G}$ , хранящийся в оперативной памяти (RAM) компьютера. Он представляет собой разреженную матрицу, сформированную с учетом резкого уменьшения амплитуды гравитационного поля по мере удаления от точечного источника, которая на расстояниях в (15-25)h принимается равной нулю. Для гридированных данных о поле  $\{u_{kl}\}, k = \overline{1, m}, l = \overline{1, n}$  определение косинуса угла при центре Земли между точкой измерений поля и точечной массой  $\cos\omega = \cos\varphi_0 \cos\varphi + \sin\varphi_0 \sin\varphi \cos(\lambda_0 - \lambda)$  можно существенно ускорить. Для этого достаточно однократно рассчитать *m* значений  $\cos\varphi$  и *n* значений  $\cos(\lambda_0 - \lambda)$ , а затем сохранить их в одномерных массивах вещественных чисел [13].



Выбор относительных глубин h источников, равных шагу сети задания поля по меридиану для двух цифровых моделей поля V<sub>R</sub>, обеспечивает достаточно хорошую обусловленность СЛАУ. Это влечет за собой высокую скорость сходимости для метода НГС. По оценке авторов доклада данный принцип погружения источников не может использоваться лишь для площадей, расположенных в полярных областях Земли, за пределами широты 70°. После определения значений всех точечных масс для вычисления трансформант v в формуле (1) могут применяться различные линейные операторы T. Пересчет гравитационного поля  $V_R$  на фрагмент внешней, по отношению к Земле, сферической поверхности с радиусом  $R' = R_0 + H$ , где H – нормальная высота, в данном случае отвечает приведению поля  $V_Z$  на горизонтальную плоскость z = constдля плоской Земли. Данный алгоритм реализован в программе TRANSF VR [14], которая позволяет осуществлять вычисление первой радиальной производной гравитационного потенциала  $V_{\rm R}$ , гравитационного потенциала V, его вторых производных  $V_{\rm R\lambda}$ ,  $V_{\rm R\phi}$ , и модуля горизонтального градиента Gr на земной поверхности и на заданной высоте H (рис. 4). Для корректного использования производных  $V_{R\lambda}$ ,  $V_{R\phi}$  при вычислении горизонтального градиента аномалий силы тяжести Gr необходимо дополнительно использовать коэффициенты Ламе для сферической системы координат  $\tau_1 = 1/(R_0 \sin \varphi)$  и  $\tau_2 = 1/R_0$ :  $Gr = (\tau_1 V_{R\lambda}^2 + \tau_2 V_{R\varphi}^2)^{0.5}$ 



Рисунок 4. Главное окно программы TRANSF\_VR.

# Трансформация аномалий силы тяжести Сибирской платформы и обрамляющих ее структур

В качестве примера работы программы TRANSF\_VR возьмем данные глобальной модели гравитационного поля EIGEN-GRGS.RL04.MEAN-FIELD, полученной на основе данных спутниковых миссий GRACE и SLR в 2019 г. Используется цифровая модель аномалий силы тяжести в полной редукции Буге с плотностью промежуточного слоя 2.67 г/см<sup>3</sup> для территории, ограниченной 52°–72° с.ш., 84°–132° в.д.

Область  $D_1$  размером ~ 5.15 млн. кв км охватывает всю Сибирскую платформу и структуры ее обрамления. Шаг сети – 0.1°, размерность GRID модели – 201×486 ( $N = 97\,686$  точек). Источником информации о рельефе земной поверхности являлась модель ETOPO1. Диапазон изменения аномалий силы тяжести ~387 мГал, высотные отметки H лежат в пределах от -19 до 2868 м. Эквивалентные источники располагаются на 11.13 км ниже земной поверхности. Поле в



области  $D_2$  с координатами 5°–80° с.ш., 15°–180° в.д. задано с шагом 5°. Относительная глубина h точечных масс составляет 550 км (рис. 5).

После выполнения 50 итераций методом НГС была достигнута точность аппроксимации аномалий силы тяжести ~0.17 мГал в евклидовой метрике F2, что превосходит точность исходных материалов [15]. Время решения задачи составило 758 с, вычисления проводились на компьютере среднего класса OptiPlex 7070, при этом около 50% затрат машинного времени занял ввод/вывод исходных данных и результатов расчета.



**Рисунок 5**. Совмещенные карты изоаномал гравитационного поля для областей D<sub>1</sub> и D<sub>2</sub>: красный контур – территория исследований D<sub>1</sub>

После определения параметров двух разноглубинных систем точечных масс для вычисления трансформант v могут применяться различные линейные операторы T. Пересчет гравитационного поля  $V_R$  на фрагмент внешней, по отношению к Земле, сферической поверхности с радиусом  $R' = R_0 + H$ , где H – нормальная высота, в данном случае отвечает приведению поля  $V_Z$  на горизонтальную плоскость z = const для плоской Земли. Аналогом вертикальной производной силы тяжести  $V_{ZZ}$  является 2-я радиальная производная силы тяжести  $V_{RR}$ . Соответствующую аналогию можно также провести между вторыми производными  $V_{ZX}$ ,  $V_{ZY}$  и  $V_{R\lambda}$ ,  $V_{R\varphi}$ . Вторые производные гравитационного потенциала характеризуют скорость изменения силы тяжести в пространстве и отражают локальные особенности геологического строения. Для корректного использования производных  $V_{R\lambda}$ ,  $V_{R\varphi}$  при вычислении горизонтального градиента аномалий силы тяжести Gr необходимо дополнительно использовать коэффициенты Ламе для сферической системы координат  $\tau_1 = 1/(R_0 \sin \varphi)$  и  $\tau_2 = 1/R_0$ :  $Gr = (\tau_1 V_{R\lambda}^2 + \tau_2 V_{R\varphi}^2)^{0.5}$ .

Сопоставим представленные на 50-й сессии семинара им. Д.Г. Успенского–В.Н. Страхова результаты пересчета гравитационного поля  $V_R$  в верхнее полупространство на высоту H = 250 км [16] с новыми данными, полученными при 2-х уровнях размещения эквивалентных источников. Для графического отображения данных (рис. 6), как и ранее, использована равноугольная нормальная коническая проекция (НКП), в которой меридианы изображаются прямыми, сходящимися в общей точке под углами, пропорциональными разности долгот, а параллели изображаются концентрическими окружностями, имеющими общий центр в точке пересечения меридианов [17]. Параметры НКП: главная параллель 62°, центральный меридиан 108°. Как можно заметить, недостаток суммарной массы источников на периферии территории привел к появлению артефактов – замыканию изолиний вблизи ее южной границы (рис. 6*а*).



Наличие «глубинных» масс повлекло за собой существенное изменение амплитудных характеристик аномалий силы тяжести при пересчете на высоту (рис. 66).

В системе КОСКАД-3D [18] выполнялся интеллектуальный анализ результативного набора трансформант с использованием вероятностно-статистических методов. С целью трассирования аномалий гравитационного поля на высоте H = 25 км различных энергий и различного направления применялась оригинальная модификация одномерной адаптивной фильтрации. Выделенные оси положительных и отрицательных аномалий, связанные преимущественно с дизьюнктивной тектоникой, показаны на рис. 7*a*. С помощью двухмерной энергетической фильтрации были выделены различные составляющие этого поля, наиболее энергоемкая из них (тренд) приведена на рис. 7*b*. Морфология этой составляющей отражает наиболее крупные тектонические элементы Сибирской платформы и неоднородное по плотности строение верхней мантии под ней.



**Рисунок 6.** Карты изоаномал силы тяжести V<sub>R</sub> в редукции Буге на высоте 250 км, полученные путем пересчета поля в верхнее полупространство при одном (а) и двух (б) уровнях размещения точечных масс



**Рисунок** 7. Результаты автоматического трассирования осей аномалий (а) и наиболее энергоемкая составляющая гравитационного поля V<sub>R</sub> (б)

Электронный журнал «Вестник АГГИ»,



Объемное распределение эффективного параметра, пропорционального плотности горных пород построено в системе КОСКАД-3D с применением статистических, спектральнокорреляционных методов и алгоритма адаптивной фильтрации в окне живой формы на основе преобразования Б.А. Андреева. Блок-диаграмма квазиплотности (рис. 8) представляет собой результат перехода от 2D к 3D геоизображениям на основе аналитических компьютерных процедур логико-математической генерализации. Последовательное повышение уровня генерализации обеспечивает проявление на геоизображениях элементов все более крупных геосистем, что способствует выявлению качественно новой информации и закономерностей. Построенная блок-диаграмма характеризует основные особенности глубинного строения Сибирской платформы и обрамляющих ее структур, в т.ч. слабо проявленные в наблюденном гравитационном поле.

Результаты свертки информации методом компонентного анализа по 7 признакам (гравитационное поле на высоте 25 км, модуль горизонтального градиента на той же высоте, 2я радиальная производная гравитационного потенциала на высоте 75 км, 4 компоненты разложения поля методом энергетической фильтрации) приведены на рис. 9. Пространственное распределение 1-й главной компоненты имеет отчетливо выраженную взаимосвязь с известными тектоническими структурами Сибирской платформы – Енисей-Хатангским перикратонном прогибом, Тунгусской и Вилюйской синеклизами, Алдано-Становым щитом и др.



повышение плотности геосреды >

Рисунок 8. Блок-диаграмма относительного распределения плотности в литосфере





**Рисунок 9.** Карта 1-й главной компоненты, включающей в себя 7 признаков – трансформант гравитационного поля

## Выводы

Разработана компьютерная технология трансформации аномалий силы тяжести в пределах больших территорий, в которой используются «квазиэллипсоидальная» модель Земли — сфера Каврайского и геодезические координаты точек задания поля и. При вычислениях используются две телескопированные цифровые модели гравитационного поля с разным шагом сети при двух уровнях размещения точечных масс – «глубинном» и «приповерхностном». Это позволяет уменьшить негативные эффекты, проявляющиеся при одной глубине размещения эквивалентных источников и обеспечивает высокую скорость вычислительного процесса. Результативный набор трансформант, представленных в цифровой форме, может использоваться для интеллектуального анализа в системе КОСКАД-3D методами интерпретационной томографии, автоматизированной классификации и распознавания образов. Также предварительно может осуществляться геологическое редуцирование интерпретируемого гравитационного поля.

### Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РНФ в рамках государственного задания (рег. номер НИОКТР: 124020500054-3)

### Список литературы

1. Глазнев В.Н. Мощность земной коры территории Республики Нигер по данным стохастической интерпретации гравитационного поля / Глазнев В.Н., Якуба И.А. // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Геология. - 2020. - № 4. - С. 46-58. - DOI: https://doi.org/10.17308/geology.2020.4/3126



- 2. Страхов В.Н. Метод S-аппроксимаций и его использование при решении задач гравиметрии (региональный вариант) / Страхов В.Н. Степанова И.Э. // Физика Земли. 2002. № 7. С. 3-12.
- 3. Аронов В.И. Методы построения карт геолого-геофизических признаков и геометризация залежей нефти и газа на ЭВМ / Аронов В.И. М.: Недра, 1990. 301 с.
- 4. Долгаль А.С. Выбор модели Земли для трансформации аномалий силы тяжести в процессе региональных исследований / Долгаль А. С., Костицын В. И., Пугин А. В., Хохлова В. В. // Геофизика. 2022. № 5. С. 6-12. DOI: https://doi.org/10.34926/geo.2022.55.36.001
- 5. Белкин А.М. Воздушная навигация: справочник / Белкин А.М., Миронов Н.Ф., Рублев Ю.И., Саранский Ю.Н. М.: Транспорт, 1988. 303 с.
- 6. <u>Торге В.</u> Гравиметрия / В. Торге ; пер. с англ. <u>Г.А. Шанурова ;</u> под ред. <u>А.П. Юзефович</u>. М.: Мир, 1999. 428 с.
- 7. Пугин А.В. Истокообразные аппроксимации геопотенциальных полей. От теории к практике / Пугин А.В. // Геофизические исследования. 2018. Т. 19. № 4. С. 16–30. DOI: https://doi.org/10.21455/gr2018.4-2
- 8. Результаты применения моделирования в рудной геофизике в различных районах Сибири / под ред. В.С. Моисеева, Г.Г. Ремпеля. М.: Недра, 1988. 219 с.
- Li D. A Dual-Layer Equivalent-Source Method for Deriving Gravity Field Vector and Gravity Tensor Components from Observed Gravity Data / Li D., Liang Q., Du J., Chen C. // Pure and Applied Geophysics. - 2022. - T. 179. - № 6. - C. 2273-2288. - DOI: https://doi.org/10.1007/s00024-022-03047-3
- Патент № 2431160 С1. Российская Федерация, МПК G01V 7/06. Способ построения трансформант гравитационного поля: № 2010101347/28: заявл. 18.01.2010: опубл. 10.10.2011 / С.Г. Бычков, А.С. Долгаль, А.В. Пугин, Н.В. Веселкова; заявитель Учреждение Российской академии наук Горный институт Уральского отделения РАН (ГИ УрО РАН).
- Ягола А.Г. Обратные задачи и методы их решения. Приложения к геофизике / Ягола А.Г., Ван Янфей, Степанова И.Э., Титаренко В.Н. - М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2014. -216 с.
- 12. Бахвалов Н.С. Численные методы / Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. М.: Наука, 2000. 622 с.
- 13. Долгаль А.С. Моделирование аномалий силы тяжести системой точечных масс на сфероообразной Земле / Долгаль А.С., Костицын В.И., Новикова, Пугин А.В. // Геофизика. 2023. № 5. С. 10-17. DOI: https://doi.org/10.34926/geo.2023.13.94.002
- 14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024685961 Российская Федерация. Программа для трансформации региональных аномалий силы тяжести «TRANSF\_VR»: № 2024684494: заявл. 18.10.2024: опубл. 02.11.2024 / А.С. Долгаль, Н.В. Рыжов, В.В. Хохлова; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Пермский федеральный исследовательский центр Уральского отделения Российской академии наук.
- Конешов В.Н. Сравнение современных глобальных ультравысокостепенных моделей гравитационного поля Земли / Конешов В.Н., Непоклонов В.Б., Соловьев В.Н., Железняк Л.К. // Геофизические исследования. - 2019. - Т. 20. - № 1. - С. 13-26. - DOI: https://doi.org/10.21455/gr2019.1-2



- 16. Долгаль А.С. Трансформации региональных аномалий силы тяжести с использованием эквивалентных источников / Долгаль А.С., Новикова П.Н. // Вопросы теории и практики геологической интерпретации гравитационных, магнитных и электрических полей. Материалы 50-й юбилейной сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского-В.Н. Страхова. - М: ИФЗ РАН, 2024. - С. 144–148.
- 17. Лебедев П.П. Картография: Учебное пособие для вузов. / Лебедев П.П. М.: Академический проспект; Трикста, 2017. 153 с.
- Петров А.В. Компьютерная технология статистического и спектральнокорреляционного анализа данных КОСКАД 3D и практические результаты / Петров А.В., Демура Г.В., Зиновкин С.В. // Недропользование XXI век. - 2017. - № 1 (64). - С. 44–59.

## References

- Glaznev V.N. Determining the thickness of the Earth's crust in the territory of the Republic of the Niger based on the stochastic interpretation of the gravitational field / Glaznev V.N., Yacouba I.A. // Proceedings of Voronezh State University. Series: Geology. – 2020. - N. 4. -P. 46–58. - DOI: https://doi.org/10.17308/geology.2020.4/3126
- 2. Strakhov V.N. Solution of Gravity Problems by the S-Approximation Method (Regional Version) / Strakhov V.N., Stepanova I.E. // Fizika zemli. 2002. N. 7. P. 3-12.
- 3. Aronov V.I. Metody postroyeniya kart geologo-geofizicheskikh priznakov i geometrizatsiya zalezhey nefti i gaza na EVM / Aronov V.I. Nedra, Moskva, 1990. 301 p.
- Dolgal A.S. Selection of the Earth model for the transformation of gravity anomalies in the process of regional studies / Dolgal A.S., Kostitsyn V.I., Pugin A.V., Khokhlova V.V. // Geofizika. – 2022. – N. 5. – P. 6-12. – DOI: https://doi.org/10.34926/geo.2022.55.36.001
- 5. Belkin A.M. Vozdushnaya navigatsiya: spravochnik/ Belkin A.M., Mironov N.F., Rublev Y.I., Saranskiy Y.N. Transport, Moskva, 1988. 303 p.
- 6. Torge V. Gravimetriya / V. Torge ; per. s angl. G.A. Shanurova ; pod red. A.P. Yuzefovich. Mir, Moskva, 1999. 428 p.
- Pugin A.V. Sourcewise approximation of geopotential fields. From theory to practice / Pugin A.V. // Geofizicheskiye issledovaniya. - 2018. - V. 19. - N. 4. - P. 16–30. - DOI: https://doi.org/10.21455/gr2018.4-2
- 8. Rezultaty primeneniya modelirovaniya v rudnoj geofizike v razlichnyx rajonax Sibiri / pod red. V.S. Moiseeva, G.G. Rempelya. Nedra, Moskva, 1988. 219 p.
- Li D. A Dual-Layer Equivalent-Source Method for Deriving Gravity Field Vector and Gravity Tensor Components from Observed Gravity Data / Li D., Liang Q., Du J., Chen C. // Pure and Applied Geophysics. - 2022. - V. 179. - N. 6. - P. 2273-2288. - DOI: https://doi.org/10.1007/s00024-022-03047-3
- 10. Patent № 2431160 C1. Rossijskaya Federaciya, MPK G01V 7/06. Sposob postroeniya transformant gravitacionnogo polya: № 2010101347/28: zayavl. 18.01.2010: opubl. 10.10.2011 / S.G. Bychkov, A.S. Dolgal, A.V. Pugin, N.V. Veselkova; zayavitel Uchrezhdenie Rossijskoj akademii nauk Gornyj institut Uralskogo otdeleniya RAN (GI UrO RAN).
- Yagola A.G. Obratnye zadachi i metody ix resheniya. Prilozheniya k geofizike / Yagola A.G., Van Yanfej, Stepanova I.E., Titarenko V.N. - BINOM, Laboratoriya znanij, Moskva, 2014. -216 p.
- 12. Baxvalov N.S. Chislennye metody / Baxvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. Nauka, Moskva, 2000. 622 p.



- Dolgal A.S. Gravity anomalies modelling by point masses system on a spherical Earth / Dolgal A.S., Kostitsyn V.I., Novikova P.N., Pugin A.V. // Geofizika. - 2023. - N. 5. - P. 10-17. DOI: https://doi.org/10.34926/geo.2023.13.94.002
- 14. Svidetelstvo o gosudarstvennoj registracii programmy dlya EVM № 2024685961 Rossijskaya Federaciya. Programma dlya transformacii regionalnyx anomalij sily tyazhesti «TRANSF\_VR»: № 2024684494: zayavl. 18.10.2024: opubl. 02.11.2024 / A.S. Dolgal, N.V. Ryzhov, V.V. Xoxlova; zayavitel Federalnoe gosudarstvennoe byudzhetnoe uchrezhdenie nauki Permskij federalnyj issledovatelskij centr Uralskogo otdeleniya Rossijskoj akademii nauk.
- Koneshov V.N. Comparison of modern global ultra-high-grade models of the earth gravitational field / Koneshov V.N., Nepoklonov V.B., Solovjev V.N., Jeleznjak L.K. // Geofizicheskiye issledovaniya. - 2019. - V. 20. - N. 1. - P. 13-26. - DOI: https://doi.org/10.21455/gr2019.1-2
- Dolgal A.S. Transformacii regionalnyx anomalij sily tyazhesti s ispolzovaniem ekvivalentnyx istochnikov / Dolgal A.S., Novikova P.N. // Voprosy teorii i praktiki geologicheskoj interpretacii gravitacionnyx, magnitnyx i elektricheskix polej. Materialy 50-j yubilejnoj sessii Mezhdunarodnogo seminara im. D.G. Uspenskogo-V.N. Straxova. – IFZ RAN, Moskva, 2024. - P. 144–148.
- 17. Lebedev P.P. Kartografiya: Uchebnoe posobie dlya vuzov. / Lebedev P.P. Akademicheskij prospekt; Triksta, Moskva, 2017. 153 p.
- Petrov A.V. Anisotropic magnetic and density geotomography subsoil in KOSKAD 3D computer technology statistical and spectral correlation data analysis / Petrov A.V., Demura G.V., Zinovkin S.V. // Neëdropolzovanie XXI vek. - 2017. - N. 1 (64). - P. 44–59.